



MATHEMATICS
(New Syllabus)
2023

Total Time : 3 Hours 15 minutes]

[Total Marks : 80

- ⊛ পরিমিত এবং যথাযথ উত্তরের জন্য বিশেষ মূল্য দেওয়া হবে। বর্ণাশুদ্ধি, অপরিচ্ছন্নতা এবং অপরিষ্কার হস্তাক্ষরের ক্ষেত্রে নম্বর কেটে নেওয়া হবে। উপাত্তে প্রশ্নের পূর্ণমান সূচিত আছে।
- ⊛ **Special credit will be given for answers which are brief and to the point. Marks will be deducted for spelling mistakes, untidiness and bad handwriting. Figures in the margin indicate full marks for the questions.**
- এই প্রশ্নপুস্তিকাটির পৃষ্ঠা সংখ্যা 20.
- এই প্রশ্নপুস্তিকাটি দ্বিভাষিক — বাংলা এবং ইংরাজী। যদি কোনো ক্ষেত্রে সন্দেহ বা বিভ্রান্তির সৃষ্টি হয়, সে ক্ষেত্রে ইংরাজী ভাষাই প্রাধান্য বলে বিবেচিত হবে।
- প্রদত্ত নির্দেশ অনুসারে সঠিক উত্তর দাও। মূল উত্তরপত্রই কেবল প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে, অন্যত্র নয়।
- প্রয়োজন অনুযায়ী মূল উত্তরপত্রে রাক / খসড়া কার্য করা যাবে এবং শেষে কোনাকুনি ভাবে কেটে দেবে।

ভাষাস্তর/Versions	পৃষ্ঠা থেকে/From Page	পৃষ্ঠা পর্যন্ত /To Page
বাংলা/Bengali	3	10
ইংরাজী/English	11	19

- এই প্রশ্নপুস্তিকার ২ নং পৃষ্ঠায় প্রদত্ত ইংরাজী নির্দেশাবলী পড়ো।
- **READ THE INSTRUCTIONS IN ENGLISH AT PAGE NO. 2 OF THIS QUESTION BOOKLET.**

বহুবিকল্পভিত্তিক প্রশ্নাবলীর (MCQ) উত্তর, উত্তরপত্রে প্রদত্ত নির্দিষ্ট ছাপানো TABLE-এ লিখতে হবে। এই প্রশ্ন পুস্তিকায় সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্নাবলী (SAQ) নেই। তাই উত্তরপত্রে সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্নাবলীর (SAQ) উত্তর দেওয়ার স্থানে পরীক্ষার্থীরা যেন কিছু না লেখে।

(বহুবিকল্পভিত্তিক প্রশ্নাবলী)

1. বিকল্প উত্তরগুলির মধ্যে থেকে সঠিক উত্তরটি বেছে নিয়ে লেখো : $1 \times 10 = 10$

(i) $A = \{ 1, 2, 3 \}$ সেট থেকে $B = \{ a, b \}$ সেটে মোট সম্ভব সমূহের সংখ্যা হবে

- (a) 2^6 (b) 2^8
(c) 2^4 (d) 2^5

(ii) $\sec^2(\tan^{-1} 2) + \operatorname{cosec}^2(\cot^{-1} 3)$ -এর মান হবে

- (a) 12 (b) 13
(c) 15 (d) 5

(iii) $\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ x & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y & 3 \\ 7 & x \end{bmatrix}$ হলে, $(x+y)$ -এর মান হবে

- (a) 5 (b) 12
(c) 7 (d) 14

(iv) $\int_0^{\pi/2} \cos^2 x dx$ -এর মান হবে

- (a) π (b) $\frac{\pi}{2}$
(c) $\frac{\pi}{4}$ (d) 1

(v) $\frac{d}{dx}(\cot x^\circ)$ -এর মান হবে

- (a) $-\operatorname{cosec}^2 x^\circ$ (b) $\operatorname{cosec}^2 x^\circ$
(c) $-\frac{180}{\pi} \operatorname{cosec}^2 x^\circ$ (d) $-\frac{\pi}{180} \operatorname{cosec}^2 x^\circ$

(vi) $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 = 1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^3$ অবকল সমীকরণের ক্রম হবে

- (a) 1 (b) 3
(c) 2 (d) 4

(vii) $xy = c^2$ -এর $\left(ct, \frac{c}{t}\right)$ বিন্দুতে স্পর্শকের প্রবণতা হবে

- (a) $-\frac{1}{t^2}$ (b) $\frac{1}{t^2}$
(c) $-\frac{1}{t}$ (d) $-\frac{1}{t^3}$

(viii) $\frac{x-4}{2} = \frac{y-5}{0} = \frac{z-6}{0}$ এবং $\frac{3-x}{3} = \frac{y-7}{0} = \frac{z-3}{0}$ সরলরেখা দুটির

অন্তর্ভুক্ত কোণের মান হবে

- (a) $-\pi$ (b) $-\frac{\pi}{2}$
(c) π (d) $\frac{\pi}{3}$

sciencemaster.in

(ix) $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{4}$ এবং $P(A \cap B) = \frac{1}{5}$ হলে, $P(A/B)$ -এর মান হবে

- (a) $\frac{1}{5}$ (b) $\frac{3}{4}$
(c) $\frac{4}{5}$ (d) $\frac{3}{5}$

(x) k একটি ধ্রুবক রাশি হলে $\text{var}(k)$ -এর মান হবে

- (a) k (b) 0
(c) k^2 (d) $2k^2$

(দীর্ঘ উত্তরভিত্তিক প্রশ্নাবলী)

2. (a) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

2 × 1 = 2

(i) $f(x) = \frac{3x+4}{5x-7}$ (x বাস্তব এবং $x \neq \frac{7}{5}$) এবং $g(x) = \frac{7x+4}{5x-3}$

(x বাস্তব এবং $x \neq \frac{3}{5}$) হলে দেখাও যে $f.g(x) = g.f(x)$.

(ii) $\sin\left(\sin^{-1}\frac{1}{5} + \cos^{-1}x\right) = 1$ হলে, x -এর মান নির্ণয় করো।

(b) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

2 × 1 = 2

(i) $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ হলে, AA^T নির্ণয় করো।

(ii) দেখাও যে $\begin{vmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & c \\ -b & -c & 0 \end{vmatrix} = 0$.

sciencemaster.in

(c) যে-কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

2 × 3 = 6

(i) $f(x) = |x| + 2$ হলে দেখাও যে $x = 0$ বিন্দুতে $f(x)$ সমতল হবে।

(ii) $y = a \cos x - b \sin x$ হলে দেখাও যে $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$.

(iii) প্রমাণ করো যে $\int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$.

(iv) $x = 1$ -এ $y = 3x^4 - 4x$ -এর স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় করো।

(v) $y = e^x(a + bx)$ (a, b ধ্রুবক)-এর অবকল সমীকরণ নির্ণয় করো।

(vi) $y = x$, $x = 2$ এবং x -অক্ষ দ্বারা গঠিত অঞ্চলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। (কলন বিদ্যার সাহায্যে)

(d) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : $2 \times 1 = 2$

(i) $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \sqrt{3}\hat{k}$ ভেক্টরটির দিকে একক ভেক্টর নির্ণয় করো।

(ii) $(2, 3, -4)$ এবং $(1, -2, 3)$ বিন্দুদ্বয়গামী সরলরেখার দিক কোসাইন নির্ণয় করো।

(e) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : $2 \times 1 = 2$

(i) একটি ছক্কা ছোঁড়া হয়। উপরের সংখ্যা 3 দ্বারা বিভাজ্য হলে তাকে E এবং জোড় সংখ্যা আসলে তাকে F দ্বারা প্রকাশ করা হয়। দেখাও যে E এবং F পরস্পর স্বাধীন।

(ii) যে দ্বিপদ বিভাজনের মধ্যক ও ভেদমান যথাক্রমে 9 এবং 6, সেই দ্বিপদ বিভাজনটি নির্ণয় করো।

3. (a) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : $4 \times 1 = 4$

(i) স্বাভাবিক সংখ্যা সমূহের সেট N -এর উপর একটি সম্বন্ধ R নিম্নরূপে সংজ্ঞাত : $(x, y) \in R \Rightarrow x - y, 10$ দ্বারা বিভাজ্য $x, y \in N$ -এর জন্য। প্রমাণ করো R একটি সমতুল্যতা সম্বন্ধ।

(ii) দেখাও যে $\tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\cos^{-1}\frac{a}{b}\right) + \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\cos^{-1}\frac{a}{b}\right) = \frac{2b}{a}$ ।

(b) নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর দাও : $4 \times 2 = 8$

(i) $2X + 3Y = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$ এবং $3X + 2Y = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$ হলে X এবং Y নির্ণয় করো।

অথবা

<https://sciencemaster.in/>

$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ হলে দেখাও যে $A^2 - 5A + 7I = 0$ ।

(ii) প্রমাণ করো : $\begin{vmatrix} a & a+b & a+b+c \\ 2a & 3a+2b & 4a+3b+2c \\ 3a & 6a+3b & 10a+6b+3c \end{vmatrix} = a^3$.

অথবা

a, b, c বাস্তব সংখ্যা এবং $\begin{vmatrix} b+c & c+a & a+b \\ c+a & a+b & b+c \\ a+b & b+c & c+a \end{vmatrix} = 0$ হলে দেখাও

যে হয় $a+b+c=0$ অথবা $a=b=c$.

(c) নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর দাও :

$4 \times 3 = 12$

(i) $y = 1 + \frac{a}{x-a} + \frac{bx}{(x-a)(x-b)} + \frac{cx^2}{(x-a)(x-b)(x-c)}$ হলে

দেখাও যে $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} \left[\frac{a}{a-x} + \frac{b}{b-x} + \frac{c}{c-x} \right]$.

অথবা

$(x-a)^2 + (y-b)^2 = c^2$ হলে দেখাও যে

$$\frac{\left\{ 1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right\}^{3/2}}{\frac{d^2y}{dx^2}} = -c.$$

<https://sciencemaster.in/>

(ii) মান নির্ণয় করো : $\int \sqrt{1 + \operatorname{cosec} x} dx$.

অথবা

মান নির্ণয় করো : $\int \frac{(x^2+1)e^x}{(x+1)^2} dx$.

(iii) $x^2 dy + (xy + y^2) dx = 0$ অবকল সমীকরণের সমাধান করো,

দেওয়া আছে $x = 1, y = 0$.

অথবা

নিম্নের অবকল সমীকরণ সমাধান করো :

$$(1+x^2) \frac{dy}{dx} + 2xy = \frac{1}{1+x^2}, \text{ যখন } x=1 \text{ তখন } y=0.$$

(d) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : $4 \times 1 = 4$

(i) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ এমন তিনটি ভেক্টর যেন $|\vec{a}|=3, |\vec{b}|=4, |\vec{c}|=5$ এবং যে-কোনো ভেক্টর অন্য দুটির যোগফল ভেক্টরের উপর লম্ব। $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}|$ -এর মান নির্ণয় করো।

(ii) $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}, \vec{b} = \hat{j} - \hat{k}$ যদি $\vec{a} \times \vec{c} = \vec{b}$ এবং $\vec{a} \cdot \vec{c} = 3$ হয় তবে \vec{c} নির্ণয় করো।

(e) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : $4 \times 1 = 4$

(i) মান নির্ণয় করো $\int_0^{\pi/4} \frac{\sin x + \cos x}{9 + 16 \sin 2x} dx$.

(ii) কলন বিদ্যা প্রয়োগ করে $x^2 + y^2 = 8x$ -এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

(f) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : $4 \times 1 = 4$

(i) A এবং B দুটি স্বাধীন ঘটনা। দেখাও যে A অথবা B ঘটর সম্ভাবনা $1 - P(A')P(B')$.

- (ii) একটি পায়ে 10 টি কালো এবং 5 টি সাদা বল আছে। প্রতিস্থাপন না করে পরপর দুটি বল নেওয়া হল। দুটি বলই কালো হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় করো।

4. (a) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : 5 × 1 = 5

- (i) একটি সংস্থা কোনো দ্রব্যের দু-রকম ছাঁচের জিনিস A ও B প্রস্তুত করে। একটি A ছাঁচের জিনিস তৈরী করতে 9 শ্রম-ঘন্টা কাজ করার মতো শ্রমিক দরকার হয় এবং 1 শ্রম-ঘন্টা লাগে জিনিসটা সম্পন্ন করতে। B-এর ক্ষেত্রে 12 শ্রম-ঘন্টা লাগে তৈরী করতে ও 3 শ্রম-ঘন্টা জিনিসটি সম্পন্ন করতে। A ও B জিনিস দুটি প্রস্তুত করতে সংস্থার কাছে মোট 180 শ্রম-ঘন্টা জিনিস তৈরী করার জন্য শ্রমিক আছে এবং 30 শ্রম-ঘন্টা জিনিস সমাপ্তির জন্য শ্রমিক আছে। একটি A ছাঁচের জিনিস বিক্রি করে সংস্থা লাভ করে 8,000 টাকা এবং একটি B ছাঁচের জিনিস বিক্রি করে লাভ হয় 12,000 টাকা। কতগুলি A এবং কতগুলি B ছাঁচের জিনিস তৈরী করলে সংস্থার লাভ সর্বাধিক হবে তা নির্ণয় সমস্যাকে রৈখিক প্রোগ্রাম বিধি সমস্যা হিসাবে প্রকাশ করো।

- (ii) লেখচিত্রের সাহায্যে রৈখিক প্রোগ্রাম বিধি সমস্যাটির সমাধান করো এবং অভীষ্ট অপেক্ষক Z-এর অবম মান নির্ণয় করো। (ছক কাগজের প্রয়োজন নেই)

sciencemaster.in

$$Z = 200x + 500y$$

$$\text{শর্ত সাপেক্ষে } x + 2y \geq 10, 3x + 4y \leq 24$$

$$x \geq 0, y \geq 0.$$

(b) যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও : 5 × 2 = 10

(i) (1, 1) বিন্দুতে $x^{2/3} + y^{2/3} = 2$ -এর স্পর্শক এবং অভিলম্বের সমীকরণ নির্ণয় করো।

(ii) $e^x dy + (e^x \cdot y + 2x) dx = 0$ -এর সাধারণ সমাধান নির্ণয় করো।

(iii) $x + y = 60$ হলে xy^3 -এর সর্বাধিক মান নির্ণয় করো।

(iv) মান নির্ণয় করো $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{\sqrt{n^2 - 1^2}} + \frac{1}{\sqrt{n^2 - 2^2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n^2 - (n-1)^2}} \right]$.

(c) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : 5 × 1 = 5

(i) মূল বিন্দু থেকে $2x - 3y + 4z = 6$ -এর উপর লম্বের পাদবিন্দুর স্থানাংক নির্ণয় করো।

(ii) $A = (3, 4, 1)$ এবং $B = (5, 1, 6)$ বিন্দুগামী সরলরেখা XY তলকে যে বিন্দুতে ছেদ করে তার স্থানাংক নির্ণয় করো।